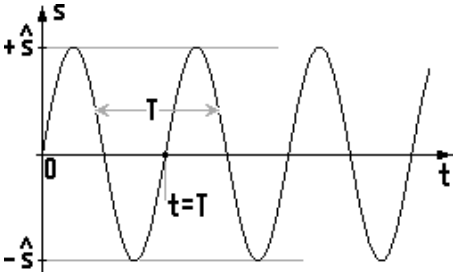
HARMONISCHE SCHWINGUNGEN. Grundbegriffe	1
Mathematische Beschreibung harmonischer Schwingungen	2
Mathematisches Pendel	3
Gedämpfte Schwingungen	3
Erzwungene Schwingung und Resonanz	3
Ueberlagerung mehrerer Schwingungen	4
Ueberlagerung von Schwingungen fast gleicher Frequenz: Schwebung	4
LINEARE WELLEN. Grundlagen	5
Longitudinal- und Transversalwellen. Polarisation	5
Gleichung einer fortschreitenden linearen Welle	6
Ueberlagerung linearer Wellen: 'stehende Wellen'	6
WELLEN IN EBENEN UND RAEUMLICHEN MEDIEN	8
Wellenausbreitung: PRINZIP von HUYGENS & FRESNEL	8
Reflexion und Brechung von Wellen	8
INTERFERENZ von Wellen in ebenen und räumlichen Medien. Allgemeines	9
Interferenz zweier Kreiswellensysteme	10
MODELLVORSTELLUNGEN VOM LICHT	10
Thomas Young's 'Doppelspaltversuch'	11
Interferenz am 'optischen Gitter'	12
Interferenz (Beugung) am Einzelspalt	13
Beugung an der Kreisblende, Bedeutung für die Optik	14
Farben dünner Schichten	15
Bewegte Quellen und Beobachter: DOPPLER-Effekt	15
Die moderne Vorstellung vom Licht: DAS PHOTON	17
Lösungen der Uebungen	17



Harmonische Schwingungen

Einen zeitlich periodischen Vorgang nennt man ganz allg. eine Schwingung.
Ist das Weg-Zeit-Diagramm sinusförmig, so heisst die Schwingung **harmonisch.**
Ein schwingungsfähiges physikalisches System (z.B. das System Feder-Masse) heisst ein **Oszillator**.
Jeder Oszillator schwingt um eine **Ruhelage**.

Begriffe

Periode T : gibt die Zeit für einen vollständigen Hin- und Hergang der Masse an.
Sie ist die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden identischen Schwingungszuständen.

Frequenz f : Anzahl Schwingungen je Zeiteinheit: $f = \frac{1}{T}$. Einheit: $1\ s^{-1} = 1$ Hertz $= 1$ Hz

Kreisfrequenz ω : $\omega = 2\pi f$. Einheit: $1\ s^{-1}$, nicht Hz ! . Bei Kreisbewegungen 'Winkelgeschwindigkeit'.

Elongation s : gibt die momentane Schwingungsweite (bzw. momentane Entfernung von der Ruhelage der Schwingung) an.

Amplitude $\hat{s}$: Ist die maximale Schwingungsweite oder maximale Elongation.

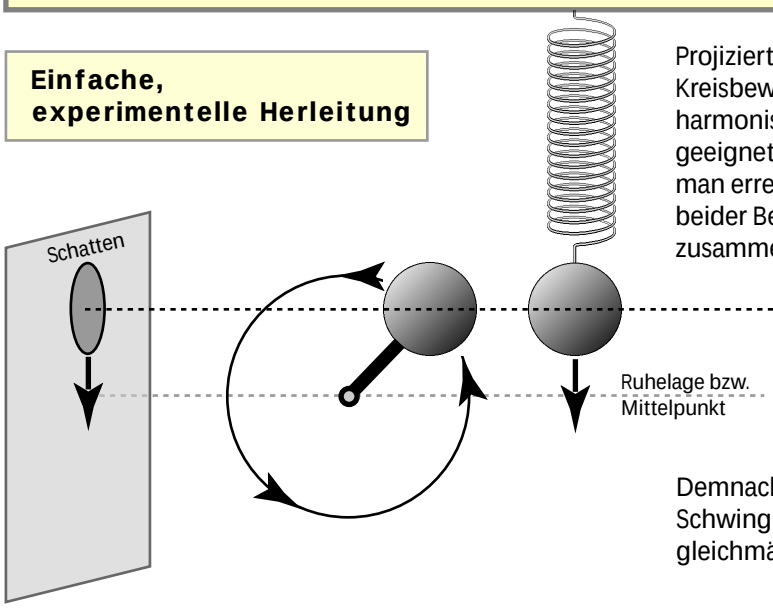
Experimente ergeben:

Jede freie Schwingung ist durch Reibung **gedämpft**, d.h. die Amplitude nimmt ab. Wir sehen für's erste davon ab.

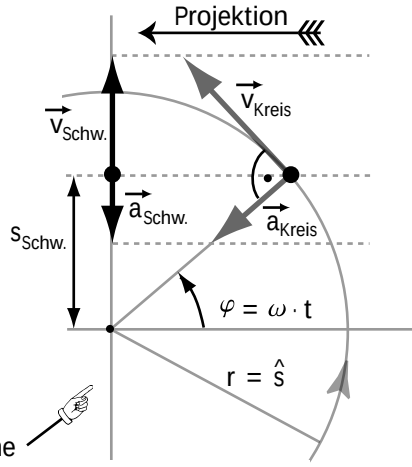
Die Periode hängt nicht von der Amplitude ab. Das gilt nur für die betrachteten harmonischen Schwingungen.

Mathematische Beschreibung harmonischer Schwingungen

Einfache, experimentelle Herleitung



Projiziert man eine gleichmässige Kreisbewegung und eine harmonische Schwingung geeignet übereinander, so kann man erreichen, dass die Schatten beider Bewegungen immerzu zusammen fallen.



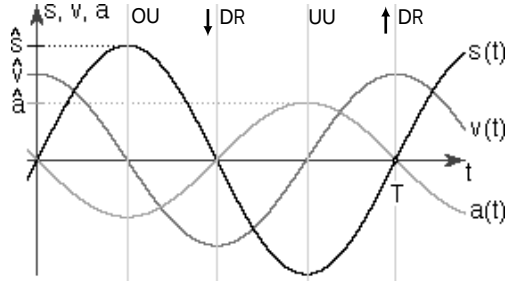
Demnach kann man die harmonische Schwingung einfach als eine projizierte gleichmässige Kreisbewegung beschreiben.

Weg-Zeit-Funktion: $s(t) = r \cdot \sin\varphi = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{s} \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$

Geschwindigkeits-Zeit-Funktion: $v(t) = v_{Kreis} \cdot \cos\varphi = \hat{s} \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t) = \hat{v} \cdot \cos(2\pi f \cdot t)$

Beschleunigungs-Zeit-Funktion: $a(t) = -a_{Kreis} \cdot \sin\varphi = -\hat{s} \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t) = -\hat{a} \cdot \sin(2\pi f \cdot t)$

Zeitlicher Verlauf von Elongation, Geschwindigkeit und Beschleunigung.
OU: oberer Umkehrpunkt, UU: unterer Umkehrpunkt, DR: Durchgang Ruhelage.



Der Term für s lässt sich in denjenigen für a einsetzen: $a = -\omega^2 \cdot s$.
Daraus erhält man die Kraft: $F = m \cdot a = -m \cdot \omega^2 \cdot s$.
Andererseits ist die Kraft an einer gedehnten Feder: $F = -D \cdot s$.
Gleichgesetzt erhält man: $m \cdot \omega^2 = D$.

Für das Federpendel (und alle anderen mech. Oszillatoren) gilt: $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$ $\quad f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{D}{m}}$ $\quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$

Für das Federpendel ist D die bekannte Federkonstante. Bei anderen Oszillatoren bedeutet D einfach die Proportionalitätskonst. zwischen Kraft und Elongation: $\mathbf{F = -D \cdot s}$. Das **D** heisst dann **Direktionsmoment** statt Federkonstante.
Nur Systeme mit einer zur Elongation proportionalen und rücktreibenden (-) Kraft können harmonisch schwingen !

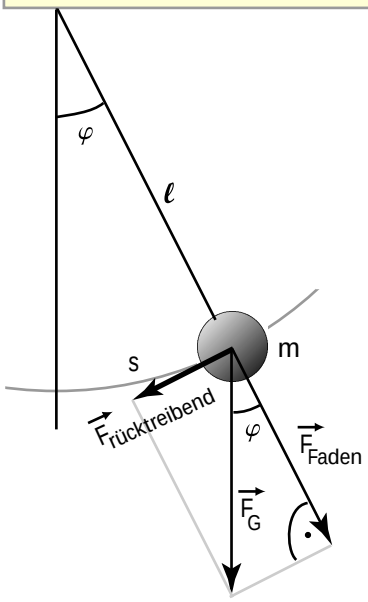
Herleitung mit Hilfe der Analysis

$F = -D \cdot s$, $\quad m \cdot a = -D \cdot s$, $\quad m \cdot a(t) = -D \cdot s(t)$, $\quad \mathbf{m \cdot s''(t) = -D \cdot s(t)}$ [Differentialgleichung]
Die (einfachste) Lösung dieser Differentialgleichung, also s(t), stimmt mit der oben angegebenen überein. v(t) und a(t) erhält man als erste bzw. zweite Ableitung von s(t).

1.) Eine Masse von 20 Gramm führt an einer Feder Schwingungen mit der Periode 0.35 s und der Amplitude 2.4 cm aus.

a) Wie gross sind Frequenz und Kreisfrequenz ?
b) Wie gross ist die Federkonstante D ?
c) Wie gross ist die maximale Geschwindigkeit, die maximale Beschleunigung und die maximale an der Masse wirkende Kraft ? In welchen Phasen der Schwingung treten diese Grössen auf ?
d) Wie gross ist die in der Schwingung steckende Energie ?

Schwerependel bzw. mathematisches Pendel



Rücktreibende Kraft: $F = F_G \cdot \sin\varphi$ (Bogenmass) $= m \cdot g \cdot \sin\frac{s}{\ell}$ nicht proportional zu s !

Damit ist die Schwingung dieses Pendels nicht harmonisch !

Für kleine Winkel φ (Bogenmass) gilt: $\sin\varphi \approx \varphi$.
Damit wird die rücktreibende Kraft **für kleine Amplituden** proportional zu s, und die **Schwingung harmonisch:**

$F = m \cdot g \cdot \frac{s}{\ell}$ ist proportional zu s. Das Direktionsmoment beträgt: $D = \frac{m \cdot g}{s}$.

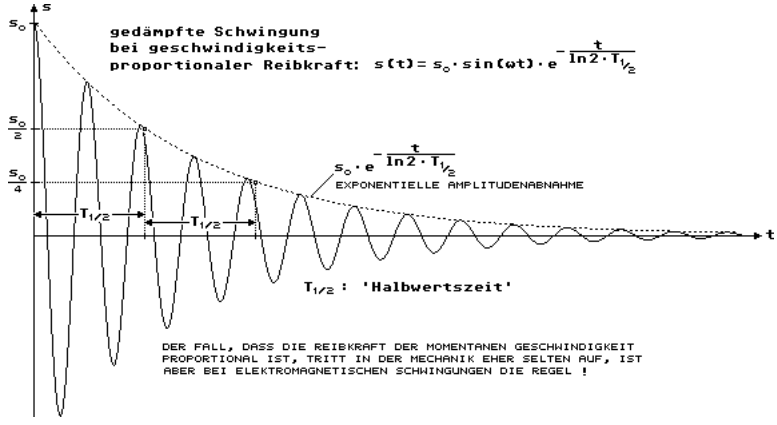
mathematisches Pendel: (Schwerependel) $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$

2.) Wie lang ist ein sogenanntes 'Sekundenpendel' (mathematisches Pendel mit Periode T= 2s) an einem Ort mit der Fallbeschleunigung g = 9.8065 m/s ?

3.) Mathematische Pendel können zur exakten Bestimmung der Fallbeschleunigung benutzt werden. Die Periode der Schwingung kann sehr genau gemessen werden, man muss nur genügend viele Perioden abwarten. Wie aber misst man die Pendellänge ? Vom Drehpunkt bis zum Schwerpunkt der Masse oder etwas weiter ? (Der untere Teil der Masse ist ja stärker an der Schwingung beteiligt als der obere.) Diesem Problem kann man ausweichen:
Man misst die Periode zweimal, einmal mit der unbekannten Länge ℓ_1, dann erneut mit dem um $\Delta\ell$ verängerten Pendel der Länge ℓ_2. Die Verlängerung kann sehr genau gemessen werden !
Beispiel: $T_1 = 1.802$ s , $T_2 = 2.126$ s , $\Delta\ell = 0.3161$ m . Fallbeschleunigung ?

Gedämpfte Schwingungen

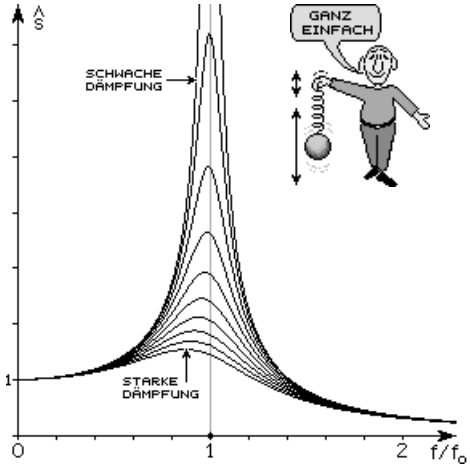
Jede freie Schwingung ist durch Reibkräfte gedämpft, d.h. ihre Amplitude nimmt mit der Zeit ab.
Ein wichtiger Sonderfall ist eine Reibkraft die jeweils der Momentangeschwindigkeit proportional ist. Dabei nimmt die Amplitude exponentiell ab.

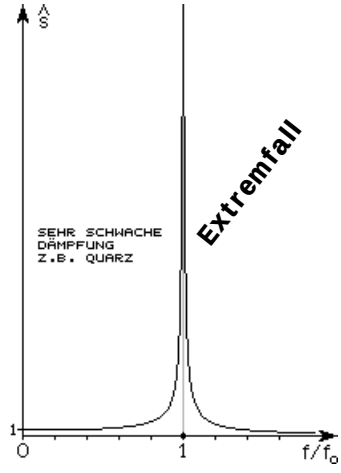


4.) Eine 'exponentiell' gedämpfte Schwingung beginnt mit der Amplitude 6 cm. Nach 12 Sekunden beträgt die Amplitude noch 4.2 cm.
Wie gross ist die Halbwertszeit ?

Erzwungene Schwingung und Resonanz

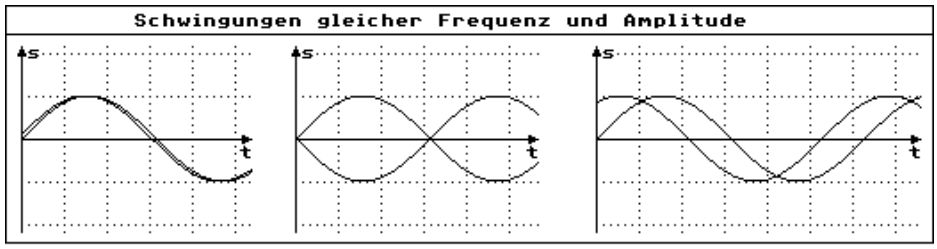
Zwingt man einen Oszillator durch eine äussere Kraft zu Schwingungen derselben Frequenz, so wird der Oszillator wird je nach Frequenz der äusseren Kraft mit grösserer oder kleinerer Amplitude mitschwingen.
f_0 : 'Eigenfrequenz' des Oszillators, die Frequenz, mit der er frei schwingen kann.
Ist die Frequenz f der Störkraft gleich der Eigenfrequenz f_0 , so schwingt der Oszillator mit maximaler Amplitude (Resonanzamplitude) mit. Dieser Fall heisst **Resonanz** (Mittönen). Die **Resonanzamplitude**, hängt von der Dämpfung des Oszillators und der Amplitude der periodischen Störkraft ab. Schwach gedämpfte Systeme können im Resonanzfall zerstört werden ! Wegen der möglichen Zerstörung durch Schwingungen in Resonanz darf in der Armee nicht im Gleichschritt über Brücken gegangen werden. Aus dem gleichen Grund dürfen bei manchen Kirchenorgeln die tiefsten Töne nicht mehr gespielt werden.

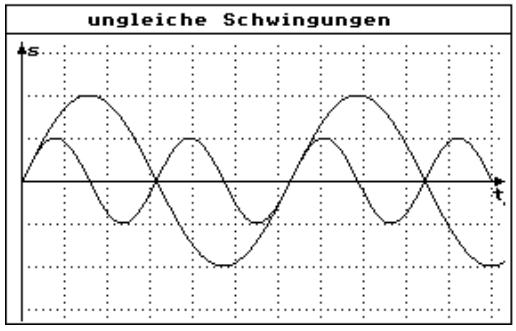


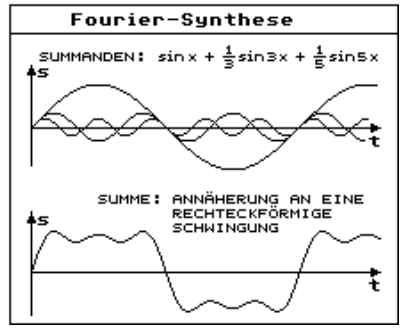


Ueberlagerung mehrerer Schwingungen

Wirken auf einen Massenpunkt gleichzeitig mehrere Kräfte ein, so kann man diese durch ihre Vektorsumme ersetzen. Dasselbe gilt dann für die aus diesen Kräften folgende Bewegung, hier insbesondere für m_2.





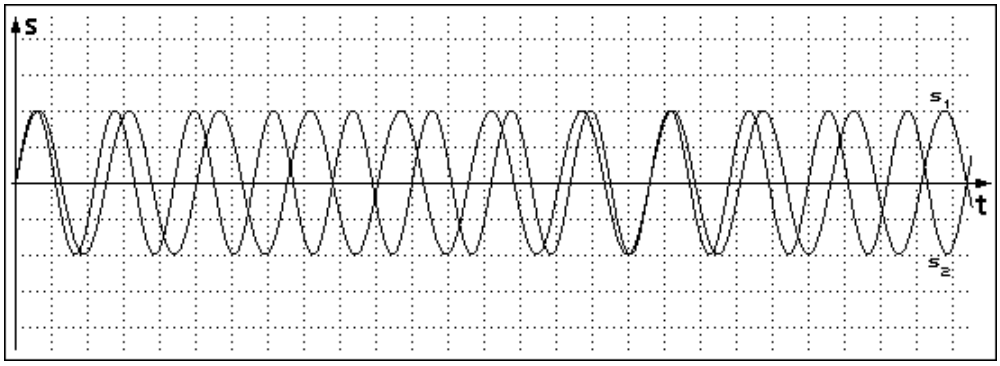


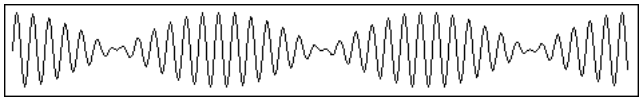
Graphische Ueberlagerung:
Vorausgesetzt ist, dass die zu überlagernden Schwingungen in derselben Ebene erfolgen. Dann darf man zu jedem Zeitpunkt einfach die Elongationen vorzeichenrichtig addieren.

Jean Baptiste Fourier (1768-1830) zeigte, dass jede beliebige periodische Schwingung aus mehreren sinus- oder cosinusförmigen Schwingungen aufgebaut werden kann (**Fouriersynthese**), oder in solche zerlegt werden kann (**Fourieranalyse**).

Die Ueberlagerung von Schwingungen fast gleicher Frequenz: Schwebungen

Ueberlagert man die Schwingungen zweier Stimmgabeln mit fast gleicher Frequenz, hört man einen Ton, dessen Höhe (Frequenz !) zwischen den jenen der zwei Stimmgabeln liegt. Die Lautstärke (Amplitude!) schwillt periodisch an und ab und zwar umso langsamer je 'gleicher' sich die Frequenzen sind: **Schwebung**.
Die Frequenz des gehörten mittleren Tones heisst **resultierende Frequenz**, diejenige der langsamen Amplitudenänderung nennt man **Schwebungsfrequenz**.





Zwei Schwingungen gleicher Amplitude sollen sich überlagern:

$s_1(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega_1 t)$ und: $s_2(t) = \hat{s} \cdot \sin(\omega_2 t)$

Die Summe beträgt: $\mathbf{s(t)} = s_1(t) + s_2(t) = \mathbf{2\,\hat{s} \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \cdot t\right)}$ (Math. Formelsammlung)

Der Cosinusterm beschreibt die langsame Amplitudenänderung (Schwebung).

Der Sinusterm beschreibt die Frequenz der resultierenden mittleren Frequenz.

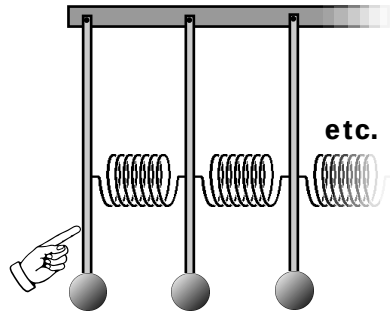
$$\mathbf{f_{Schweb} = |f_1 - f_2|}$$

$$\mathbf{f_{Result.} = \frac{f_1 + f_2}{2}}$$

Warum nicht 'durch 2' ?

5.) Thomas und Daniel bilden zusammen das Duo Edelweiss. Sie wollen gemeinsam ein a' (440 Hz) singen. Aber allebeide singen sie völlig falsch ! Wir hören einen Ton der Frequenz 441.6 Hz und Schwebungen mit 2.7 Hz Schwebungsfrequenz. Wie falsch singen die beiden ? (Beide Frequenzen = ?)

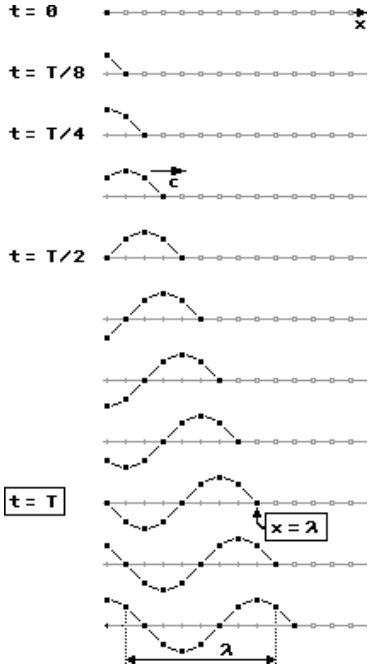
Lineare Wellen



Wellen und Schwingungen sind eng verwandt, die letzteren erfassen nur einen Massenpunkt. Wellen breiten sich in einem **Medium mit sehr vielen Massenpunkten** aus. Wir beschreiben zuerst **Wellen in eindimensionalen Medien: lineare Wellen**.
Als **Modellmedium** für die Wellenausbreitung dient die Wellenmaschine. Sie besteht aus einer **Kette gekoppelter Oszillatoren**. Zwingt man den ersten Oszillator zu harmonischen Schwingungen, so werden nacheinander alle Oszillatoren von dieser Schwingung erfasst. Alle Oszillatoren führen dieselbe Schwingung aus, allerdings zeitlich verschoben: **phasenverschoben**.

Der Modellversuch zeigt: **eine Welle transportiert keine Materie sondern nur Schwingungsenergie !**

Jeder weiss, dass Wasserwellen (tiefes Wasser) im Wasser treibenden Gegenstände nur vertikal, nicht aber horizontal bewegen.



Denken wir uns ein lineares Medium, dessen erster Oszillator zu Schwingungen gezwungen wird. Wir betrachten die Ausbreitung der entstehenden Welle:
Die Welle wandert mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c nach rechts. Hat der erste Oszillator gerade eine ganze Schwingung ausgeführt, nach Ablauf einer Periode T also, so wird gerade ein bestimmter Oszillator in einer ganz bestimmten Entfernung weiter rechts erstmals von der Welle erfasst:

Diese Strecke heisst: **Wellenlänge** λ (sprich 'Lambda').

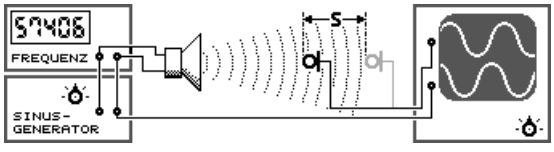
Das ist auch immer der Abstand zweier benachbarter Oszillatoren mit gleicher Schwingungsphase. Die Beziehung zwischen der Wellenlänge λ, der Ausbreitungsgeschwindigkeit c und Frequenz f mit welcher jedes Oszillators schwingt:

$c = \lambda \cdot f$ ist wichtigste Gleichung der ganzen Wellentheorie !

Die Stellen mit den maximalen positiven Elongationen heissen **Wellenberge**.

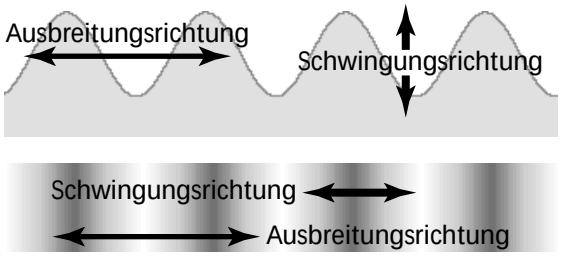
Die Stellen mit der grössten negativen Elongation heissen **Wellentäler**.

Abstand Berg-Berg = Abstand Tal-Tal = λ



Wir senden Schallwellen der Frequenz f ab und suchen mit dem Mikrofonen und dem Oszilloskop Orte, wo die Luftteilchen phasengleich schwingen.
Frequenz f [Hz] : Wellenlänge λ [m] :
Schallgeschwindigkeit heute c [m/s] :

Longitudinal- und Transversalwellen



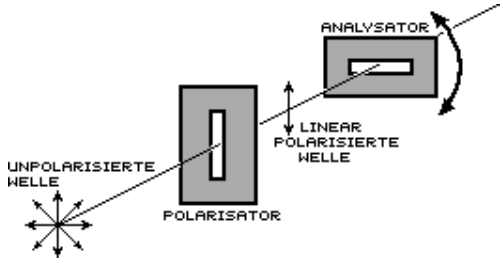
Transversalwellen:
Die Oszillatoren schwingen quer zur Ausbreitungsrichtung der Wellen. Wellenberge und Wellentäler breiten sich aus.

Longitudinalwellen:
Die Oszillatoren schwingen in Wellenausbreitungsrichtung. Verdichtungen/Verdünnungen des Mediums breiten sich aus.

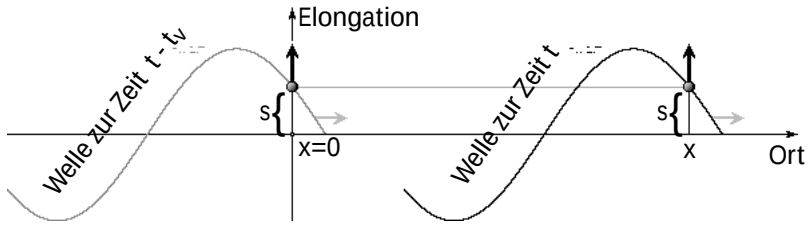
Viele mechanische und elektromagnetischen Wellen sind transversal. Schallwellen in Luft sind longitudinal. Erdbeben sind longitudinal, transversal und 'torsional'. Longitudinalwellen sind schwierig zu zeichnen, darum zeichnen wir Transversalwellen.

Polarisation: Auswählen einer bestimmten Schwingungsrichtung.
Die zwei Wellentypen verhalten sich dabei unterschiedlich. Wie nämlich ?

Licht ist nach Reflexion an Nichtmetallen polarisiert.
Sind die Lichtstrahlen der 'geometrischen Optik' etwa Transversalwellen ?



Die Gleichung einer (nach rechts) fortschreitenden linearen Welle



Eine von links nach rechts laufende Welle wird durch harmonischeSchwingung des ersten Oszillators (am Ort x = 0) einer Oszillatorkette erzeugt:

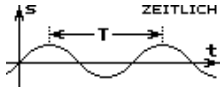
$s(x=0, t) = \hat{s} \cdot \sin(w \cdot t)$.

Oszillatoren weiter rechts werden umso später von der Welle erfasst, je weiter rechts sie sind. Ihre Schwingung ist entsprechend gegenüber derjenigen des ersten Oszillators verspätet. Für den Oszillator an der Stelle x beträgt die Verspätung t_v: $t_v = x / c$. Zum Zeitpunkt t schwingt er gleich wie der erste Oszillators zum Zeitpunkt $t - t_v$:

$$\mathbf{s(x,t) =} s(x=0, t - t_v) = \hat{s} \cdot \sin(\omega \cdot (t - t_v)) \mathbf{= \hat{s} \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}$$

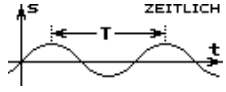
Für eine nach links laufende Welle steht in der Klammer das Pluszeichen

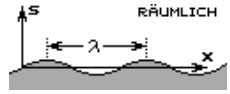
Schwingungen:



sind **zeitlich periodische** Bewegungen eines einzigen Massenpunktes.

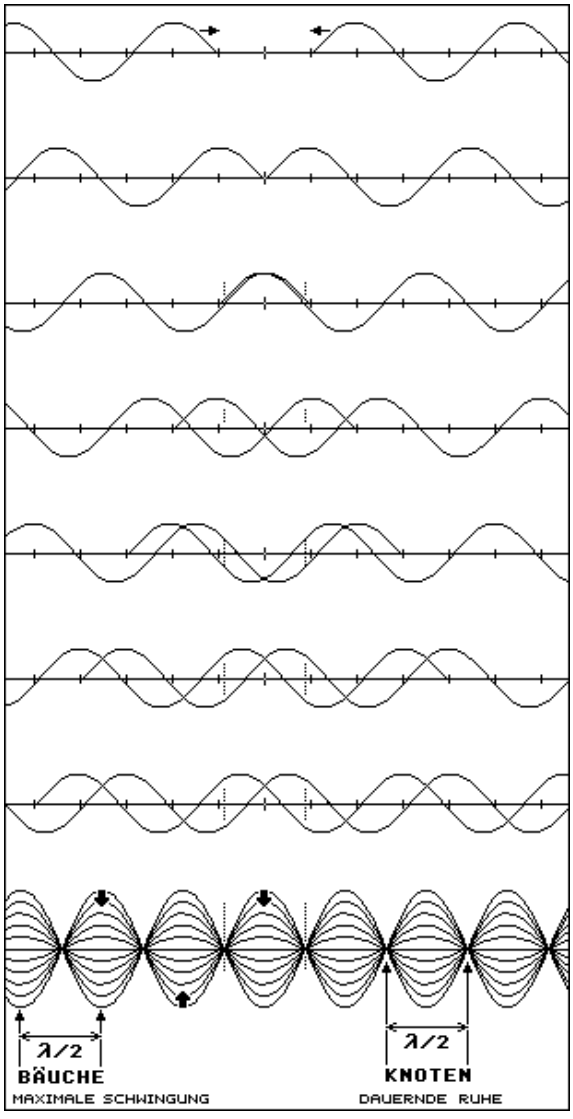
Wellen:





sind **zeitlich und räumlich periodische** Bewegungen !
Zeitlich periodisch: Schwingung eines einzelnen von der Welle erfassten Oszillators.
Räumlich periodisch: Schnappschuss einer Welle Berge und Täler der 'eingefrorenen' Welle folgen sich in regelmässigen Abständen.

Eine spezielle Ueberlagerung linearer Wellen: 'stehende Wellen'



Stehende Wellen entstehen, wenn sich zwei gleiche (!) lineare Wellen entgegenlaufen und überlagern. In der Musik sind siedie Grundlage der Tonerzeugung in den Instrumenten. Konstruiert man im Bild links die Ueberlagerung der beiden aufeinander zu laufenden Wellen,so stellt man fest, dass es Stellen gibt, wo die Summe immer Null beträgt. Diese Stellen nennt man **Knoten**. Dazwischen liegen Stellen mit verschiedener Schwingungsamplitude. Stellen mit maximaler Amplitude heissen **Bäuche**. Benachbarte Knoten und Bäuche 'schwingen' gegengleich.

Berechnung:

$$s(x,t) = s_1(x,t) + s_2(x,t) = \underbrace{\hat{s} \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda}\right)}_{\text{nach links:}} + \underbrace{\hat{s} \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)}_{\text{nach rechts:}}$$

math. Formeln:
$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$
} $\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta) = 2 \sin\alpha \cos\beta$

$$\textbf{stehende Welle:} \quad s(x,t) = \underbrace{2\hat{s} \cdot \cos 2\pi \frac{x}{\lambda}}_{\text{vom Ort abhängige Amplitude}} \cdot \underbrace{\sin 2\pi \frac{t}{T}}_{\text{Schwingungsterm}}$$

ouououououou !

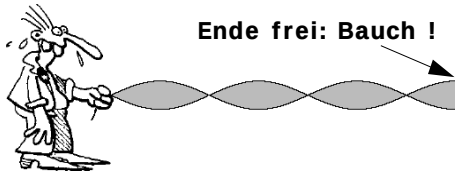
Knoten bzw. Bäuche findet man dort wo der cos-Term den Wert Null bzw. ± 1 hat:
Knoten: $x = (2n-1) \cdot \lambda / 4$
Bäuche: $x = (n-1) \cdot \lambda / 2$

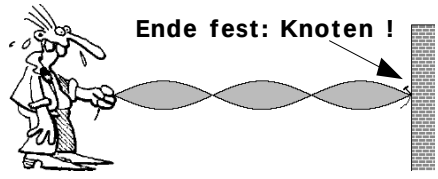
Abstand Bauch - Bauch = Abstand Knoten - Knoten = $\lambda / 2$

Bei stehenden Wellen sind die örtliche Periodizität (cos-Term) und die zeitliche (sin-Term) nicht miteinander verkoppelt wie bei fortlaufenden Wellen. Dennoch handelt es sich nicht um eine Schwingung, da beide Periodizitäten vorhanden sind. 'Stehend' heisst sie, weil sich die Welle scheinbar nicht fortbewegt. Es ist unmöglich ihre beiden Anteile einzeln zu beobachten. Bei gleichen Amplituden der zwei einander entgegenlaufender Anteile transportiert die stehende Welle gleichviel Energie in beiden Richtungen, insgesamt findet dann kein Energietransport statt. In der Alltagssprache wird für die stehende Welle der Name 'Schwingung' (z.B. einer Saite) verwendet.

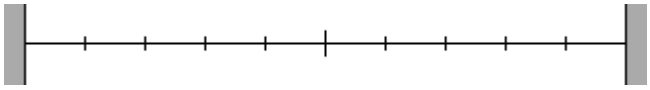
Häufigste Art der Entstehung: Eine Welle wird irgendwo reflektiert. Die reflektierte und die noch nicht reflektierte Welle überlagern sich.

Knoten oder Bauch am Ende ?



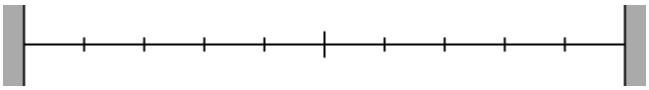


6.) **Stehende Wellen in einer Saite:** Die Saite ist an beiden Enden eingespannt, also haben hier stehende Wellen an beiden Enden Knoten. Es können nur stehenden Wellen entstehen, für die die Saitenlänge ℓ ein ganzzahliges Vielfaches von $\lambda / 2$ ist. Mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c der Wellen in der Saite erhält man für jeden Fall die Frequenz.



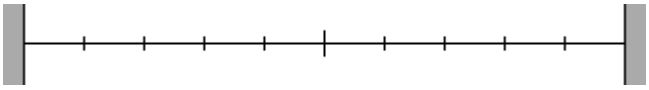
Grundwelle : $\lambda_0 =$

Grundfrequenz (Grundton) : $f_0 =$



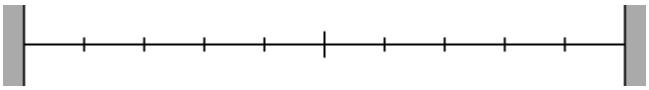
1. Oberwelle : $\lambda_1 =$

zug. Frequenz (1. Oberton) : $f_1 =$



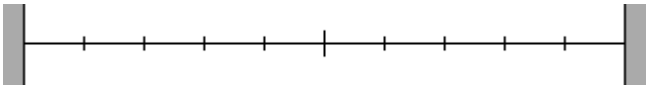
2. Oberwelle : $\lambda_2 =$

zug. Frequenz (2. Oberton) : $f_2 =$



3. Oberwelle : $\lambda_3 =$

zug. Frequenz (3. Oberton) : $f_3 =$



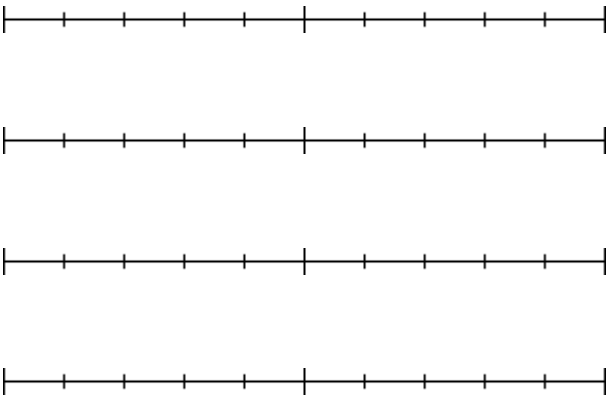
4. Oberwelle : $\lambda_4 =$

zug. Frequenz (4. Oberton) : $f_4 =$

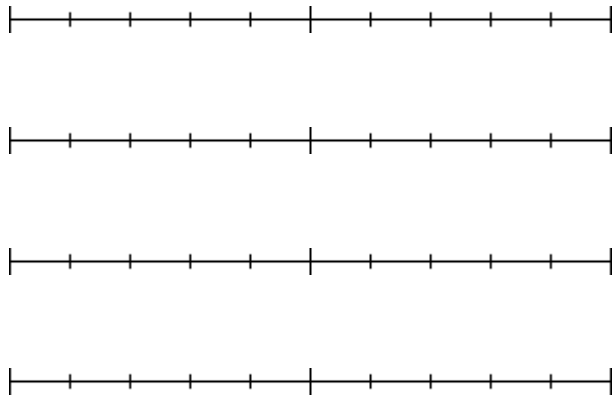
Frequenz des n-ten Obertones: $f_n =$

7.) **Die Eigenfrequenzen der offenen und der gedeckten Pfeifen:** Unabhängig von der Art der Tonerzeugung spielt nur die Länge ℓ des Resonators und seine Bauweise (und die Schallgeschwindigkeit c) für die Frequenzen der möglichen Eigenschwingungen eine Rolle. Man unterscheidet **zwei Resonatorformen**:

offene Pfeife

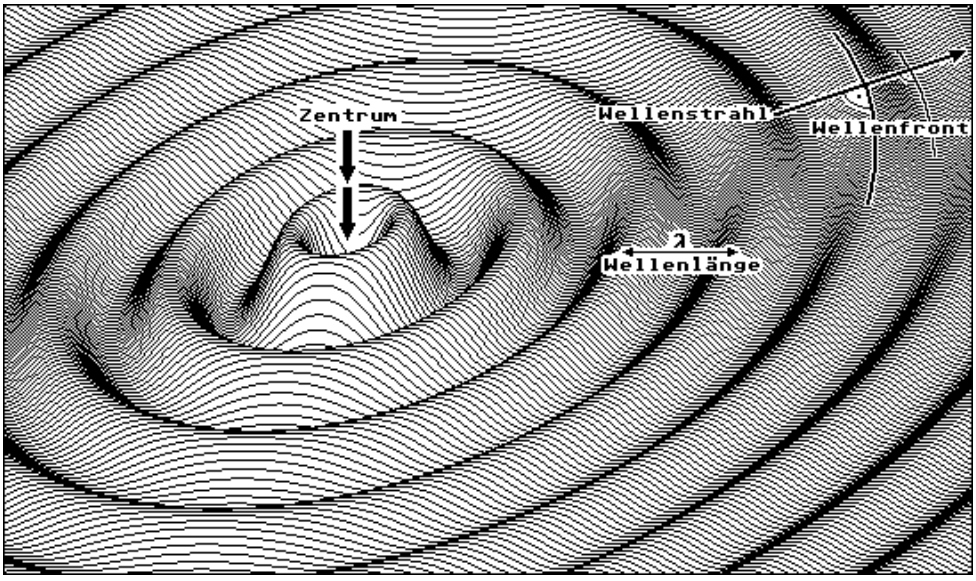


gedeckte Pfeife

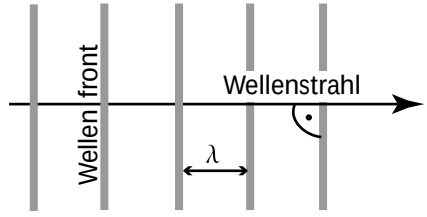


Stelle für beide Pfeifentypen die vier einfachsten stehenden Wellen graphisch dar und berechne deren Frequenzen und Wellenlängen. Zahlenbeispiel: c = 340 m / s ; ℓ = 40 cm

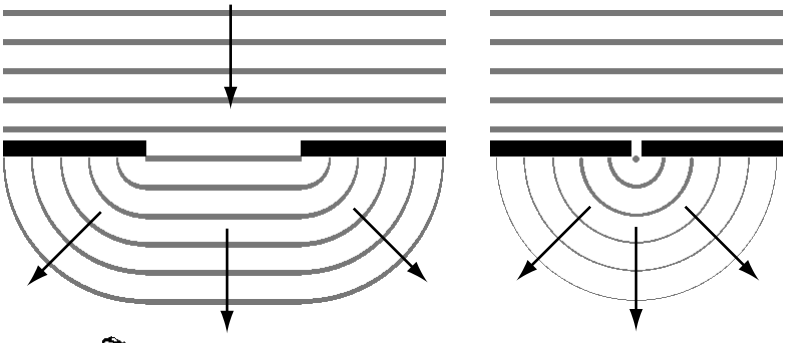
Wellen in ebenen und räumlichen Medien



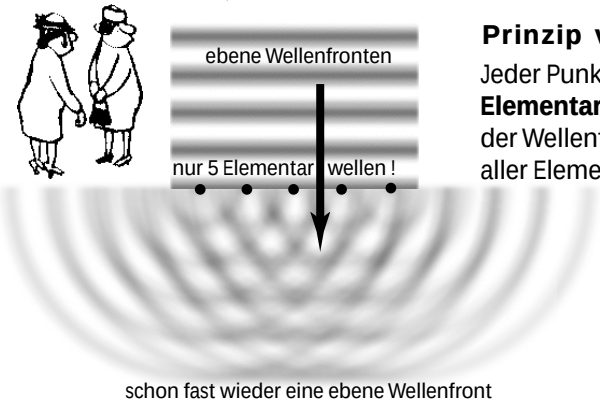
Wellen gehen von einen Wellenzentrum aus. In isotropen Kugel- oder Kreiswellen. Alle gleichzeitig von der Welle erfassten Punkte liegen auf einer Wellenfront. Wellen breiten sich rechtwinklig zu den Wellenfronten aus, was durch die (nur gedachten !) Wellenstrahlen dargestellt wird.
'weit' weg vom Zentrum sind die Wellenfronten nur wenig gekrümmt, wir idealisieren dann: **ebene Wellenfronten**.



Die Ausbreitung der Wellen: das Prinzip von Huygens & Fresnel



Treffen (z.B. ebene) Wellenfronten auf ein Hindernis, so laufen sie teilweise darum herum. Diesen Effekt nennt man die **Beugung der Wellen**. Links sieht man die Beugung an sehr kleiner Oeffnung. Diese verhält sich wie ein Wellenzentrum von dem Kreiswellen ausgehen. Im Prinzip kann die Oeffnung als (fast) punktförmig angenommen werden, so dass die Welle nur einen Oszillator des Mediums erfasst, der als Wellenzentrum dient: **Elementarwelle**. Diese Idee lässt sich auf alle Punkte einer Wellenfront übertragen:



schon fast wieder eine ebene Wellenfront

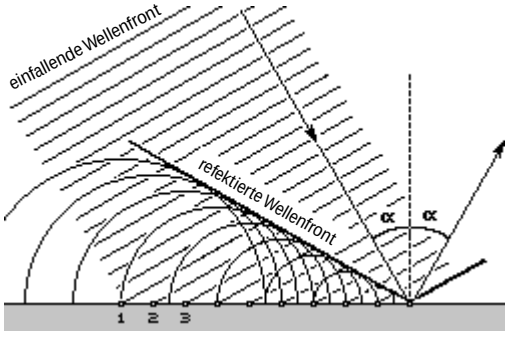
Prinzip von Huygens & Frensel:

Jeder Punkt einer Wellenfront kann als Ausgangspunkt von **Elementarwellen** betrachtet werden. Die weitere Ausbreitung der Wellenfront ergibt sich als Ueberlagerung ('**Interferenz**') aller Elementarwellen.

A. J. Fresnel (1788 - 1827) hat der von **Huygens** qualitativ formulierten Idee die mathematische Formulierung gegeben.

Christian Huygens
1629 - 1695

Das Reflexionsgesetz für Wellen

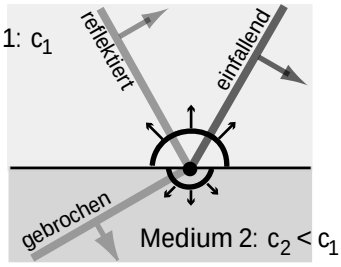


Man sieht eine ebene Wellenfront, die schief auf eine reflektierende Fläche fällt, in regelmässigen nummerierten Zeitabständen. Ihr Berührungspunkt der mit der Wand ist jeweils Ausgangspunkt für halbkreisförmige Elementarwellen. Diese sind jeweils gerade bei ihrer Entstehung und am Schluss des betrachteten Vorgangs dargestellt, wenn sie auf grösseren Radius angewachsen sind. Man sieht, dass ihre Ueberlagerung (Interferenz) die reflektierte Wellenfront bildet. Die Figur wird symmetrisch bezüglich dem Lot auf den Spiegel.

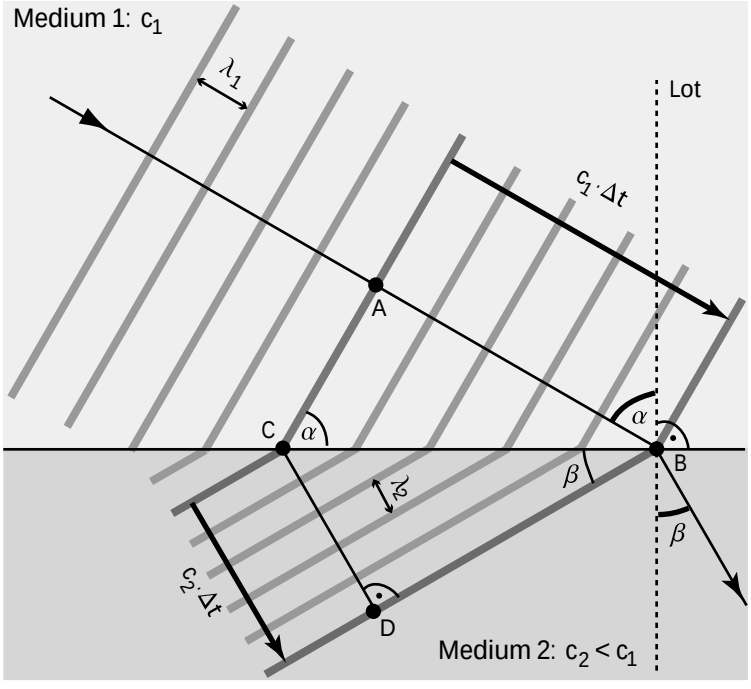
Reflexionsgesetz: $\alpha = \alpha'$

Beachte: α gibt den Winkel der Wellenstrahlen zum Lot an:

Das Brechungsgesetz für Wellen



Eine ebene Wellenfront bewegt sich mit $c = c_1$ vom Medium 1 her kommend schief auf die Grenzfläche zum Medium 2 mit $c = c_2$ zu. Dabei sei $c_2 < c_1$. An jeder Stelle der Grenzfläche löst sich eine halbe Elementarwelle Richtung Medium 1 ab, und eine ebensolche Richtung Medium 2, die aber langsamer anwächst. Die Ueberlagerung aller ersteren ergibt die reflektierte Wellenfront (vorige Seite), die Ueberlagerung aller letzteren ergibt die gebrochene Wellenfront.



Hier ist der Vorgang für die einfallende und die gebrochene Wellenfront in regelmässigen Zeitabständen t = T dargestellt. α und β sind die Winkel zwischen Wellenstrahlen und Lot auf die Grenzfläche. Während der Zeit Δt bewegt sich die Front im Medium 1 um $c_1 \cdot \Delta t$ und im Medium 2 um $c_2 \cdot \Delta t$. Elementare Trigonometrie liefert:

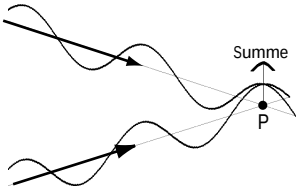
Brechungsgesetz: $$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Interferenz von Wellen in ebenen und räumlichen Medien

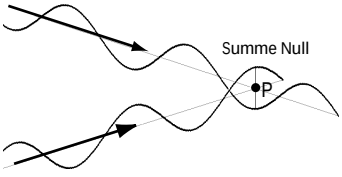
Allgemeines: Treffen zwei Wellen zusammen, so überlagern sie sich, sie '**interferieren**'. Wird ein Punkt P gleichzeitig von zwei Wellen erfasst, so addiert man die jeweiligen Elongationen der beiden Wellen. Bei den Ueberlagerungen linearer Wellen zu stehenden Wellen haben wir zweierlei erkannt, was auch für Wellen im Raum gilt:

- Nur die Ueberlagerung von Wellen gleicher Frequenz (bzw. Wellenlängen) führt zu beobachtbaren Erscheinungen.
- Die Ueberlagerungserscheinung ändert sich von Ort zu Ort. Dabei treten 'Regelmässigkeiten' auf.

Zwei Wellen gleicher Frequenz (und gleiches $\hat{s}$) treffen in P zusammen. Das Ergebnis ihrer Interferenz sieht unterschiedlich aus.
Es gibt zwei extreme Fälle:

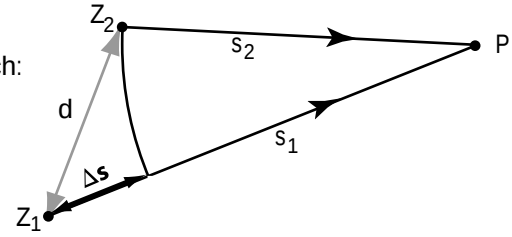


Es treffen zwei Wellenberge zusammen. Da sich die Wellen mit gleichem c ausbreiten, treffen in P etwas später zwei Täler zusammen, danach wieder 2 Berge ... Die Resultierende hat die maximal mögliche Amplitude von $2\hat{s}$.
In P entsteht ein **Maximum** (Interferenzmaximum).



Hier trifft immer Wellenberg auf Wellental (genauer: es treffen in P immer zwei entgegengesetzt gleiche Schwingungen zusammen). Die beiden Wellen löschen sich also immer aus.
In P entsteht ein **Minimum** (Interferenzminimum).

Interferenzen entstehen oft so, dass zwei Wellen auf verschiedenem Weg zum Punkt P gelangen. So kommen sie in P verschoben an. Diese Verschiebung bestimmt die Interferenz. Einfach ist es, wenn zwei Wellen aus 2 synchronen Quellen Z_1 und Z_2 stammen. Sie legen bis zum Punkt P die Wegstrecken s_1 und s_2 zurück.



Die **Gangdifferenz** $\Delta s = |s_1 - s_2|$ (Wegunterschied) ist wesentlich:

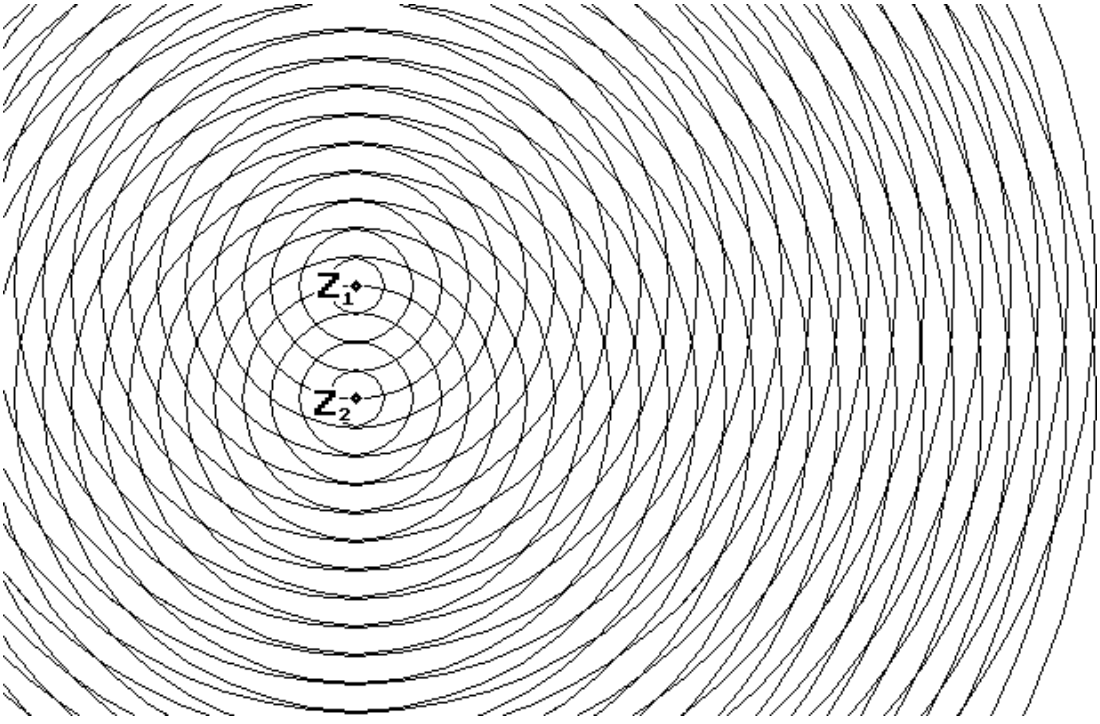
Maximum in P: $\Delta s = 0, \lambda, 2\lambda, \ldots = n \cdot \lambda$

Minimum in P: $\Delta s = \lambda/2, 3\lambda/2, 5\lambda/2, \ldots = (2n-1) \cdot \lambda/2$

Sichtbarkeitsbedingung: Sichtbar sind die Interferenzen nur unter der Bedingung, dass der Abstand d der zwei Zentren etwa mit der Wellenlänge vergleichbar ist ($\lambda/2 < d <$ einige λ).

Interferenz zweier Kreiswellensysteme (räumlich: Kugelwellensysteme)

Von den beiden Zentren Z_1 und Z_2 gehen synchrone gleiche (λ, $\hat{s}$) Kreiswellen (Kugelwellen) aus.
Es sind nur die Wellenberge als Wellenfronten gezeichnet, die Wellentäler liegen natürlich dazwischen - man muss sie sich denken.
Wir zeichnen die Orte der Maxima und Minima ein.



1-tes Maximum

1-tes Minimum

0-tes Maximum

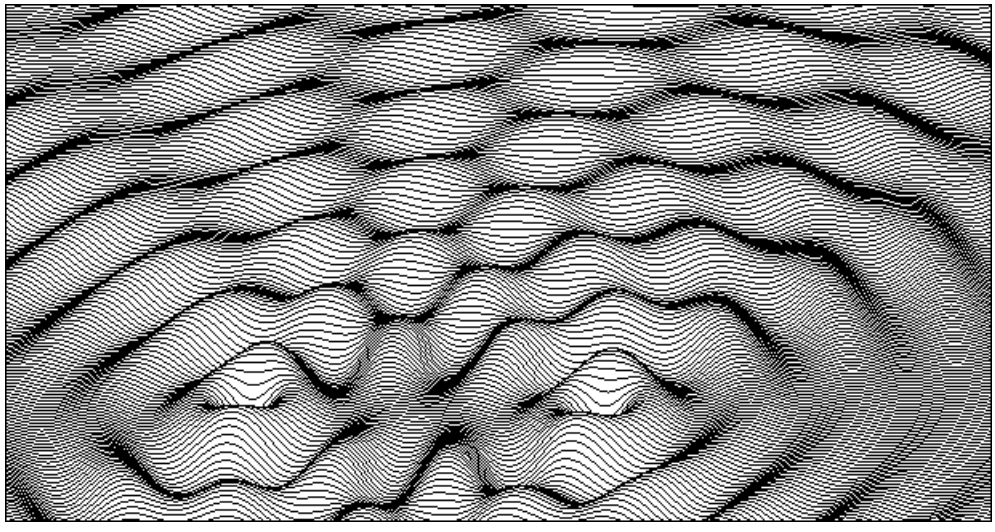
1-tes Minimum

1-tes Maximum

2-tes Minimum

Computerberechnete Interferenz zweier Kreiswellen (z.B.Wasser):

Wo verläuft das 0-te Maximum ?



Eingeschoben: Modellvorstellung vom Licht

In der **geometrischen Optik** haben wir den Begriff des **Lichtstrahls** kennengelernt.
Wir hatten **einige Eigenschaften des Lichtes beschrieben**. Damit haben wir uns begnügt und die Frage **'Was ist Licht ?'** nicht gestellt, wir könnten sie ohnehin nie engültig beantworten. Wir werden uns damit begnügen müssen, **Modelle vom Wesen des Lichtes** zu entwerfen. Die **Modelle sind gut, wenn sie im Einklang mit unserer Erfahrung (Experimente) stehen**.

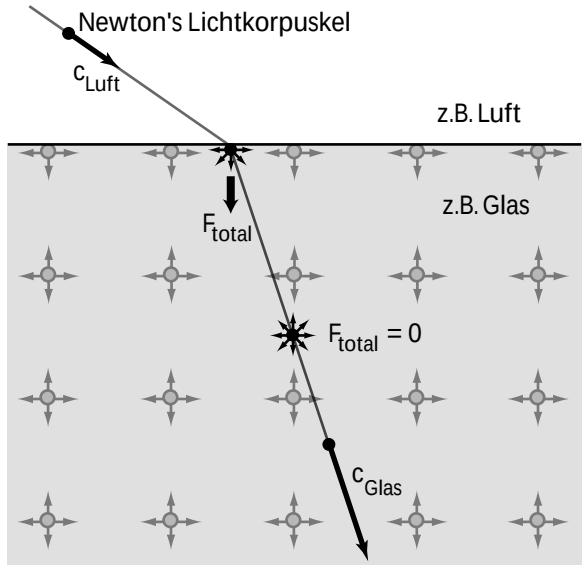
Die geometrische Optik kannte zu Beginn des 19.Jh. diese Eigenschaften des Lichtes:

- **geradlinige Ausbreitung mit Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^8$ m/s (O. Römer 1675)**
- **Reflexionsgesetz**
- **Brechungsgesetz (Snellius 1621)**

Im 17. Jh. wurden zwei völlig verschiedene Lichtmodelle entworfen :

- Wellentheorie (Wellenmodell) des Christian Huygens (1678) (ist uns jetzt sicher klar !)

- Korpuskeltheorie (Teilchenmodell) des Isaac Newton (1672)



Newton's Korpuskelmodell beschreibt Licht als schnell (c!) bewegte kleine Teilchen ('Korpuskel'). Diesen Teilchen musste Newton bestimmte Eigenschaften verpassen, um die bekannten Eigenschaften des Lichtes zu folgern.

Für das **Reflexionsgesetz** muss man annehmen, dass die Teilchen vollkommen elastische Kugeln sind (elastischer Stoss).

Newton's **Erklärung der Brechung** geht von der damals bekannten Tatsache aus, dass alle Materie aus kleinsten Teilchen besteht, die von zwischen ihnen wirkenden anziehenden Kräften an Ort und Stelle gehalten werden. Tritt nun ein Lichtteilchen schief auf z.B. eine Glasfläche, so wird es nach unten abgelenkt, offenbar wirken die zwischen den Materieteilchen bestehenden Kräfte auch auf das Lichtteilchen ein. Es wird beim Eintritt ins Glas nach unten beschleunigt. Im Innern des Glases wirken die Kräfte allseitig, also bewegt sich das Teilchen geradlinig gleichförmig weiter.

Vergleich beider Modelle aus damaliger Sicht:

- Beide Modelle erklären die geradlinige Lichtausbreitung in homogenen Medien gleich gut.
- Reflexion erklärt Newton einfacher als Huygens, aber Huygens Modell führt auch zum Reflexionsgesetz.
- Huygens erklärt die Lichtbrechung auf einfachere Weise.
- Wenn wir z.B. den Uebergang von Licht aus Luft in Glas betrachten, so ist der Brechungswinkel kleiner als der Einfallswinkel. Nach Huygens heisst das, dass die Lichtgeschwindigkeit im Glas kleiner als diejenige im Vakuum sein muss. Newton's Korpuskel werden beim Eintritt ins Glas zum Glas hin beschleunigt, Newton muss also gerade das Gegenteil über die Lichtgeschwindigkeiten folgern !

Annahme zur Erklärung der Lichtbrechung:
- **Newton:** $c_{Materie} > c_{Vakuum}$
- **Huygens:** $c_{Materie} < c_{Vakuum}$

Wer hatte Recht ?

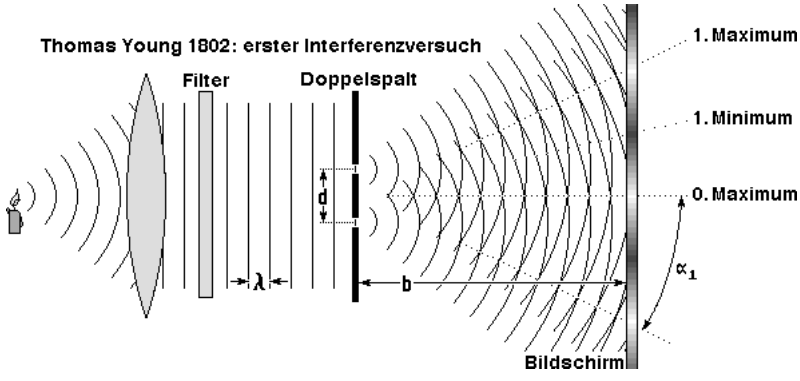
Typisch für die Physik:
Die Messung der Lichtgeschwindigkeit in Materie könnte zwischen den gegensätzlichen Modellen einen Entscheid fällen. Damals war eine solche Messung technisch völlig ausgeschlossen.
Bis zum experimentellen Entscheid mussten also beide Modelle als ausreichend gut betrachtet werden !

Ein Durchbruch: Thomas Young's 'Doppelspaltversuch' / Interferenzen des Lichtes !

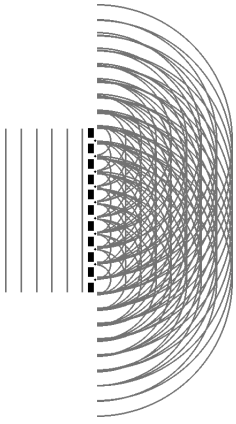
Lichtinterferenzen sind im Alltag (fast) nicht beobachtbar, und zwar aus folgenden Gründen:

- Die Wellenlänge der 'Lichtwellen' ist (vermutlich) sehr klein. Viel kleiner als alle Lichtquellen. Damit wird der Abstand d der früher beschriebenen 'Sichtbarkeitsbedingung' viel zu gross.
- Uebliche Lichtquellen senden ein Farbspektrum an Licht aus. Wir weiss man, dass das einem Wellenlängenspektrum entspricht.
- Letztlich sind die einzelnen Atome die wirklichen Lichtquellen. Sie strahlen nicht kontinuierlich Licht aus sondern immer nur extrem kurzzeitig, d.h. die Wellenzüge des Lichts sind sehr viel kürzer als ihr gegenseitiger Abstand. Es war unmöglich, Atome in ihrer Lichtemission zu synchronisieren, also sind Interferenzen zweier Wellenzüge seltene Zufallsereignisse, die so man nicht bemerkt.

Young hat die Probleme bei Lichtinterferenzen genial einfach gelöst. Monochromatisches Licht (nur ein λ) wird mit einem Farbfilter aus dem weissen Licht gesiebt. Der Doppelspalt zerlegt jeden einzelnen Wellenzug in zwei synchrone, also interferenzfähige Elementarwellen.
Auf die nur näherungsweise mögliche Berechnung sei verzichtet. Die Bedeutung des Experiments ist nicht die mögliche (ungenaue) I-Messung, sondern dass zum ersten Mal **das Licht als Welle** erscheint.

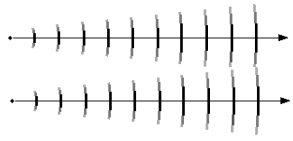


Interferenz am 'optischen Gitter'

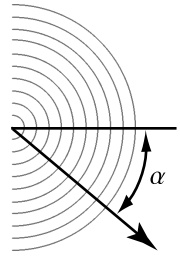


Das optische Gitter besteht aus einer Vielzahl paralleler Spalte (bis einige 1000 pro mm !). Früher wurden sie durch Ritzen von Glas mit Diamant erzeugt. Es entstehen gleichzeitig sehr viele Elementarwellen. Das Bild zeigt, die Gesamtheit der Ueberlagerungen ist unüberschaubar. Man erkennt aber, dass sich auch da in **Geradeausrichtung das 0-te Maximum** ausbildet.

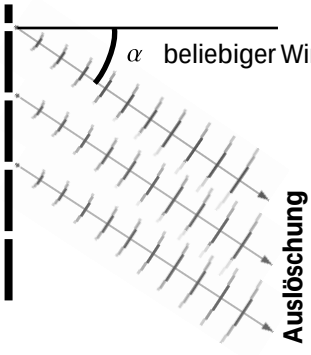
0-tes Maximum



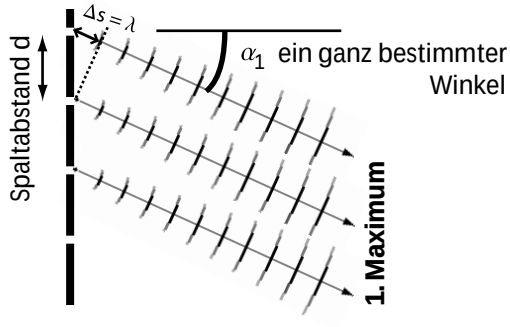
Benachbarte Elementarwellen laufen nebeneinander her und verstärken sich.



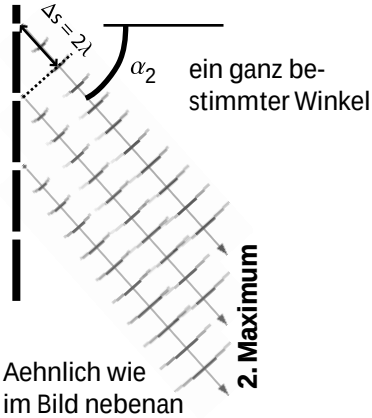
Man kann die Erscheinung jedoch verstehen, wenn man für alle Elementarwellen gleichzeitig nur eine Ausbreitungsrichtung betrachtet, wie das Bild rechts es für eine einzelne Elementarwelle zeigt.



Hier löschen sich alle Elementarwellen gegenseitig aus (es sind natürlich viel mehr als nur drei).

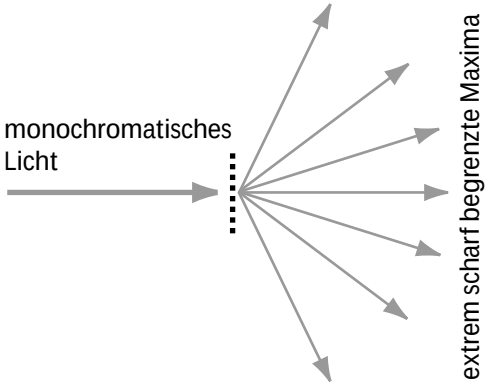


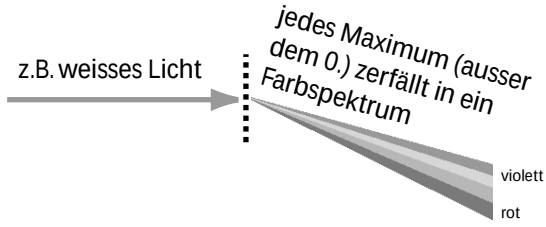
Beträgt die Gangdifferenz benachbarter Elementarwellen gerade eine Wellenlänge, so tritt Verstärkung auf.



Aehnlich wie im Bild nebenan tritt Verstärkung auf.

Gitter **n-tes Maximum:** $\sin \alpha_n = \frac{n \cdot \lambda}{d}$ **extrem scharf ausgebildete Maxima, dazwischen ist (fast) nichts !**





Optische Gitter finden vor allem in der Spektralanalyse Verwendung. Die von den Atomen (Molekülen) ausgestrahlten (und absorbierten) Wellenlängen sind charakteristisch für die betr. Atom- oder Molekülsorte.

Die Spektralanalyse hat ganz besondere Bedeutung in der Astrophysik, denn ausser dem Licht erreicht uns nichts von den Sternen des Universums.

8a) Licht des He-Ne-Lasers von 632.8 nm Wellenlänge fällt senkrecht auf einen reflektierenden Masstab mit 1 mm - Teilung. Unter welchem Winkel erscheint das erste Maximum ? Sieht man das ?

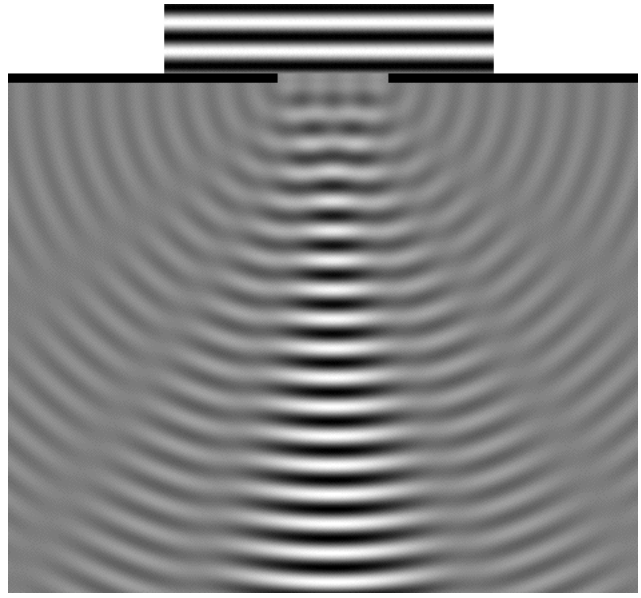
8b) Wie müsste die Masstabteilung sein, damit das erste Maximum unter 90 Grad zur Einfallsrichtung erscheint ?

8c) Um welchen Winkel müsste man den Masstab (mm-Teilung) drehen, damit das erste Maximum unter 5 Grad erscheint ?

9.) Weisses Licht fällt senkrecht auf eine CD. Du siehst die CD an verschiedenen Orten in verschiedener Farbe. Warum ?

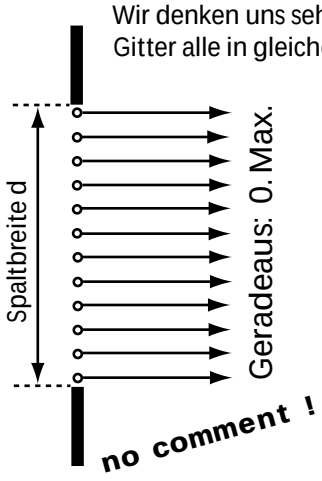
Interferenz (Beugung!) am Einzelspalt

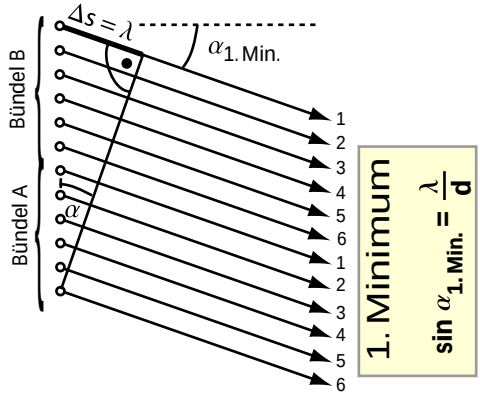
Die Beugungsfigur zum Huygens'schen Prinzip (Seite 8) war grob vereinfacht. Bei näherem Hinsehen sieht man offenbar durch Interferenz entstandene Maxima und Minima. In Geradeausrichtung ergibt sich das breite und starke 0-te Maximum. Links und rechts daneben folgen Maxima und Minima mit rasch abnehmender Amplitude. In jedem Spalt von nicht zu kleiner Breite ($> \lambda$) entstehen gleichzeitig viele Elementarwellen, deren Interferenz zur beobachteten Erscheinung.

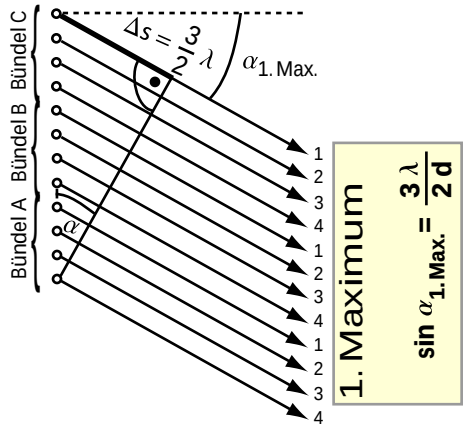


Etwa so sieht es auf einem Bildschirmhinter einem engen Spalt aus, wenn Licht durch ihn fällt.

Mit einem **einfachen Modell** kann man die Lage der Maxima und Minima berechnen und deren Intensitäten abgeschätzen. Wir denken uns sehr viele vom Spalt ausgehende Elementarwellen (d.h. die zugerörigen Strahlen), die wir wie beim Gitter alle in gleichen speziellen Richtungen betrachten. Zusätzlich fassen wir sie in Bündeln zusammen:



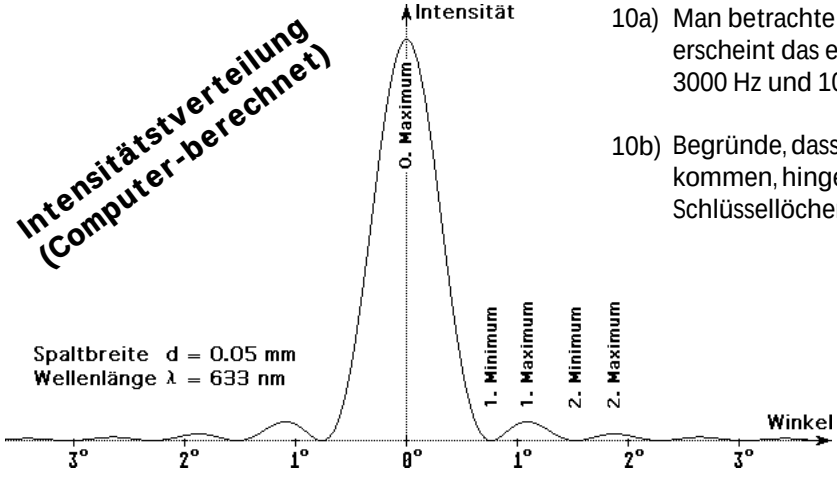




1. Minimum: Bei einem ganz bestimmten Winkel α beträgt die Gangdifferenz der beiden Randstrahlen (B1 und A6) gerade eine Wellenlänge. Dann beträgt aber die Gangdifferenz der Strahlen A6 und B6 eine halbe Wellenlänge, diese löschen sich somit aus. Dasselbe gilt für die Paare A5 - B5 , A4 - B4 , etc. . . .

1. Maximum: Ist α so gross, dass die Gangdifferenz der Randstrahlen (C1 und A6) 3/2 - Wellenlängen beträgt, so beträgt sie für die Strahlen A4 und B1 gerade eine Wellenlänge. Die Bündel A und B löschen sich damit wie oben aus. Uebrig bleibt Bündel C, das ergibt das 1. Maximum von geringerer Intensität (< 1/3).

weitere Minima und Maxima: Für das 2. Minimum muss man in 4 Bündel zerlegen, wovon sich je 2 paarweise auslöschen. Für das 2. Maximum zerlegt man in 5 Bündel, von denen sich vier jeweils paarweise auslöschen. Das übrige 5. Bündel ergibt das zweite Maximum von noch geringerer Intensität. etc. . . .



10a) Man betrachte einem Spalt mit 20 cm Breite. Unter welchem Winkel erscheint das erste Minimum für Töne der Frequenzen 1500 Hz, 3000 Hz und 10'000 Hz ? (c = 342 m/s)

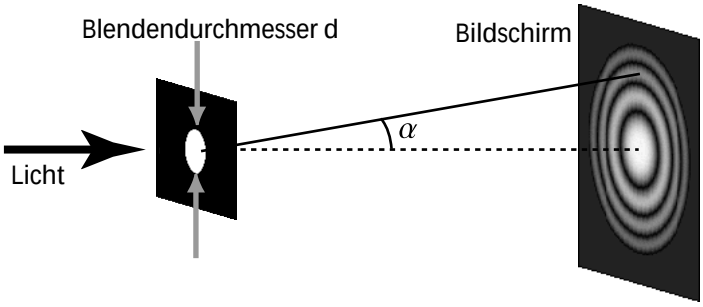
10b) Begründe, dass durch offene Fenster etc. alle Töne gut hindurchkommen, hingegen vor allem die hohen Töne durch Türspalte, Schlüssellöcher etc.

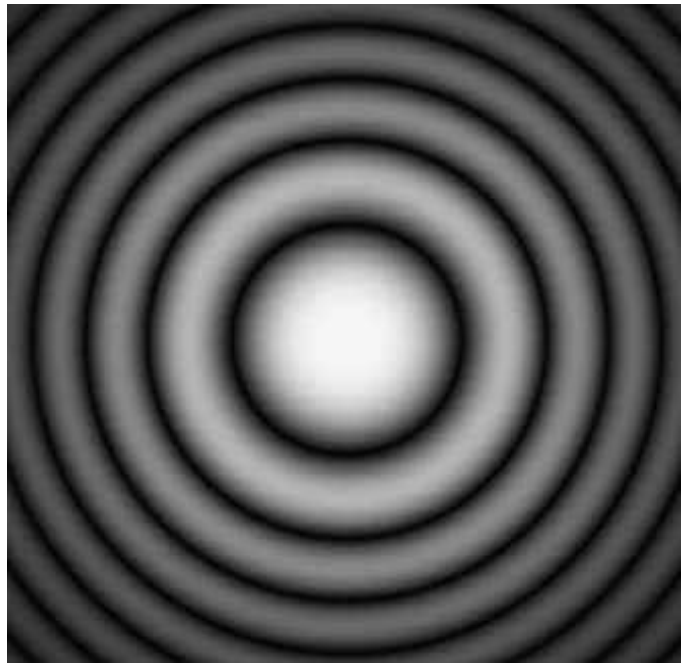
10c) Warum kann man die hohen Töne gut 'orten', die tiefen hingegen kaum ?

11.) Wie eng müsste ein Spalt höchstens sein, damit sich bei Durchgang von Licht mit 600 Nanometer Wellenlänge dahinter eine halbkreisförmige Huygens'sche Elementarwelle ausbildet (0-tes Maximum) ?

Interferenz (Beugung!) an der Kreisblende

Die Figur sieht ähnlich aus wie beim Einzelspalt, ausser dass Rotations- statt Axialsymmetrie vorliegt:





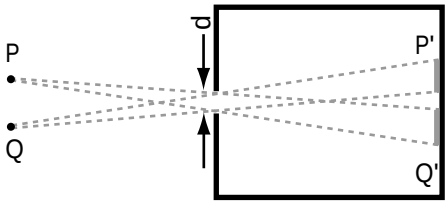
Auch die Winkel berechnen sich bis auf den Faktor 1.22 gleich.

$$\sin \alpha_{\text{Kreisblende}} = 1.22 \cdot \sin \alpha_{\text{Spalt}}$$

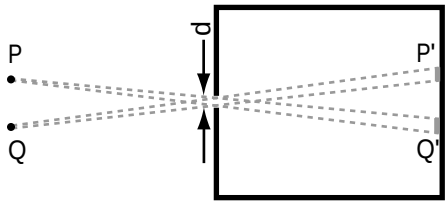
In der nebenstehenden Figur sind die Maxima höherer Ordnung im Vergleich zum 0. Maximum viel zu hell dargestellt !

Camera obscura (Lochkamera):

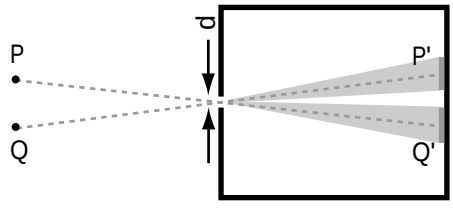
Oeffnung gross: Bild unscharf



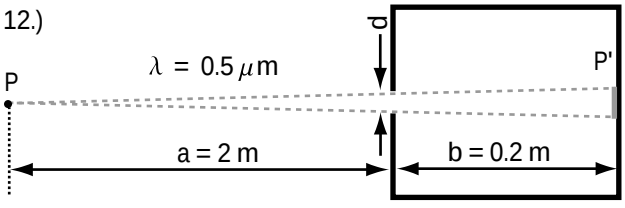
Oeffnung kleiner: Bild schärfer



Oeffnung zu klein: Beugung --> unscharf !



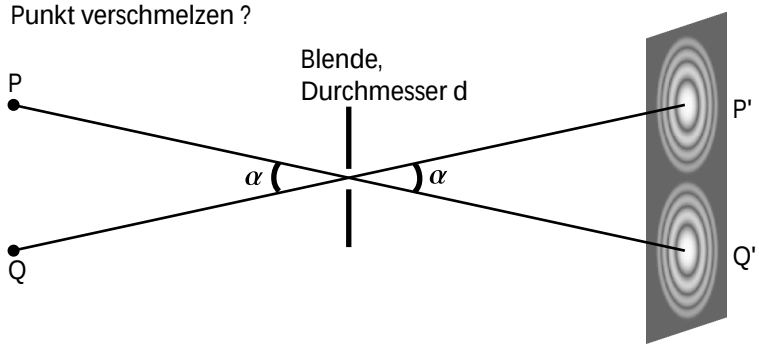
12.)

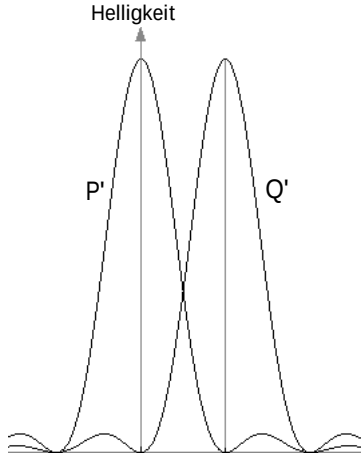


Macht man hier die Blende kleiner, so wird das 'geometrische' Bild P' von P zunächst kleiner, die Abbildung also schärfer. Bei noch kleinerer Blende wird das 'Bild' (= 0-tes Max. der Beugung !) wird das Bild aber unschärfer. Wie gross ist hier etwa der in Bezug auf die Bildschärfe günstigste Durchmesser ?

Begrenzung des Auflösungsvermögens bei optischer Abbildung infolge Beugung:

An jeder kreisförmigen Blende oder Linsenfassung tritt Beugung ein. Ein Punkt wird nicht wie in der geom. Optik als Punkt abgebildet, sondern das Bild eines Punktes ist die Interferenzfigur hinter der Blende, konzentrische hell- dunkel Ringe also, mit einem grossen und hellen 0-ten Max. in der Mitte. Dieses 0-te Max. ist umso grösser, je kleiner die Blendenöffnung ist.
Werden zwei Punkte P und Q abgebildet, so überlagern sich auch ihre 'Bilder' (Beugungsfiguren!), wenn P und nahe bei einander liegen. Wie nahe dürfen sich diese kommen, damit sie noch als 'Bilder' zweier Punkte gesehen werden, und nicht zu einem einzigen Punkt verschmelzen ?



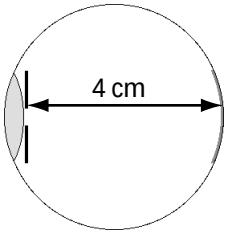


In dieser Figur sind P' und Q' noch klar zu trennen. Sind sie sich aber so nahe, dass es zwischen der hellen Zentren ihrer 0-ten Maxima nicht mehr dunkler wird, so verschmelzen sie zu einer einzigen Figur. Der kritische Fall liegt (etwa) dann vor, wenn das 0-Max. der einen Figur ins 1-te Min. der anderen Figur fällt.
Verifiziere das, indem Du in der Figur rechts die Summe der Helligkeite skizzierst.

☞ **$\sin \alpha_{\text{kritisch}}$ =**

13.) Betrachte diese Figur aus verschiedenem Abstand und beobachte, wie die Doppellinien zu einer verschmelzen. Versuche das Winkel-Auflösungsvermögen $\alpha_{kritisch}$ des menschlichen Auges abzuschätzen.

14.)



Die Iris dieses Auges habe im Moment 3 mm Durchmesser. Wir betrachten eine Abbildung in gelbem Licht von $\lambda = 0.55\,\mu m$ Wellenlänge

a) Weit weit müssen zwei Punkte in 3 m Abstand auseinander liegen, damit sie gerade noch getrennt gesehen werden können ?

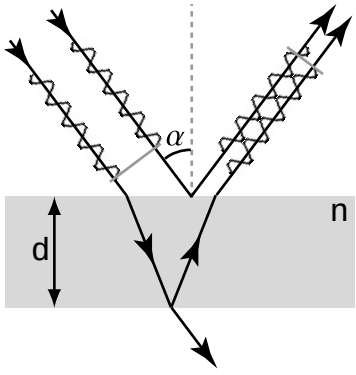
b) Wie weit auseinander liegen dann die 'Bilder' auf der Netzhaut ?

c) Wieviele Sehzellen (Zäpfchen) braucht es auf diese Strecke ?

15a) Die Radioteleskope machen Bilder von Objekten im Weltall mit Hilfe der von diesen ausgesandten Radiowellen. Das grösste Radioteleskop steht in Puerto Rico und hat 300 Meter Durchmesser. Das zur Zeit grösste optische Teleskop (Keck telescope) steht auf Hawai und hat 10 Meter Durchmesser. Beide sind Spiegelteleskope.
Berechne die 'Winkelauflösung' beider Instrumente und zwar für die Wellenlänge 20 cm (Wasserstoffspektrallinie) beim Radioteleskop und für 500 nm Wellenlänge beim Keck-Teleskop.

15b) Der Mond ist ca. 384'000 km von uns entfernt. Könnte man wohl mit dem Keck-Telekop eine Autonummer / eine Zeitung auf dem Mond von der Erde aus lesen ?

Farben dünner Schichten:

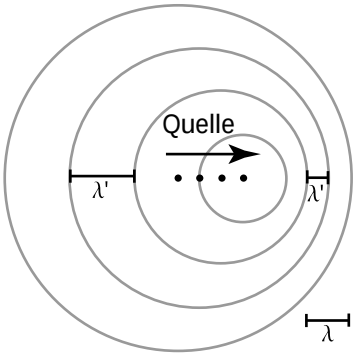


Fällt Licht auf eine dünne, durchsichtige Schicht, so wird ein Teil jeder Wellenfront (ein Strahl) an der vorderen und ein Teil an der hinteren Grenzfläche reflektiert. Diese beiden Teile sind interferenzfähig. Je nach Schichtdicke, Brechungsindex, Einfallswinkel und Wellenlänge tritt Auslöschung oder Verstärkung ein. Z.B. tritt bei einem bestimmten Winkel gerade Auslöschung für rotes und Verstärkung für grünes Licht ein, dann sieht man den Körper an jener Stelle grün. Auf diese Weise kommen die Farben von Oelflecken auf Wasser, Perlen und Seifenblasen und die Anlauffarben der Metalle zustande.
Bei zu dicker Schicht tritt der Effekt nicht auf, weil die Länge des Wellenpakets dann kürzer als der Umweg ist. Ist die Schicht zu dünn, tritt der Effekt auch nicht auf (Seifenblasen kurz vor dem Platzen sind farblos und matt, es gibt kaum noch Reflexion und Brechung).
Die zwei hier dargestellten Strahlen löschen sich aus, denn nach der Reflexion sind sie um eine halbe Wellenlänge verschoben.

Bewegte Quellen und Beobachter: der DOPPLER-Effekt (Chr. Doppler 1843)

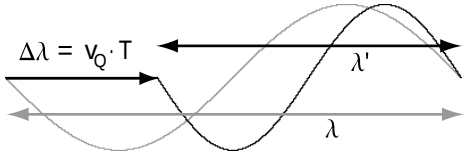
Dopplereffekt bei bewegter Quelle: Fährt ein Mofa auf uns zu, so hören wir einen höheren Ton, als wenn es mit derselben Geschwindigkeit von uns weg fährt. Die Wellenlänge (und die Frequenz) der Schallwellen werden durch die Bewegung des Mofas gegen das Medium Luft verändert.
Dopplereffekt bei bewegtem Beobachter: Wir hören auch veränderte Töne, wenn wir uns auf eine ruhende Schallquelle zu oder von ihr weg bewegen.

Dopplereffekt bei bewegter Quelle und ruhendem Beobachter



Im Bild ist dargestellt, wie die normalerweise (bei ruhender Quelle) konzentrischen Wellenfronten bei Bewegung der Quelle nach rechts verschoben werden. Ein Beobachter vor der Quelle 'sieht' eine verkürzte Wellenlänge, ein Beobachter hinter der Quelle 'sieht' eine verlängerte Wellenlänge. Wir betrachten nur den Fall, dass sich der Beobachter auf derselben Geraden befindet, in der auch die Bewegung der Quelle erfolgt:

c	: Ausbreitungsgeschwindigkeit der Wellen
v_Q	: Geschwindigkeit der Quelle (relativ zum Medium)
f, λ	: Wellenlänge und Frequenz bei ruhender Quelle
f', λ'	: das 'sieht' der Beobachter bei bewegter Quelle
$\Delta\lambda$	: Verkürzung (bzw. Verlängerung) der Wellenlänge

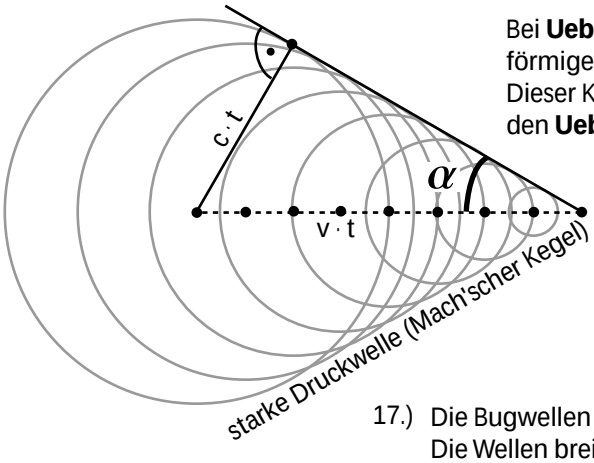


Bewegt sich die Quelle auf den Beobachter zu, so gilt: (andernfalls Vorzeichen!)

$$\lambda' = \lambda - \Delta\lambda = \lambda - v_Q \cdot T = \lambda - \lambda \cdot \frac{v_Q}{c} = \lambda\left(1 - \frac{v_Q}{c}\right) \qquad f' = \frac{c}{\lambda'} = \frac{f}{1 - \frac{v_Q}{c}}$$

$$\lambda' = \lambda\left(1 \mp \frac{v_Q}{c}\right) \qquad f' = \frac{f}{1 \mp \frac{v_Q}{c}}$$

- : Quelle bewegt sich auf den Beob. zu
+ : Quelle bewegt sich vom Beob. weg



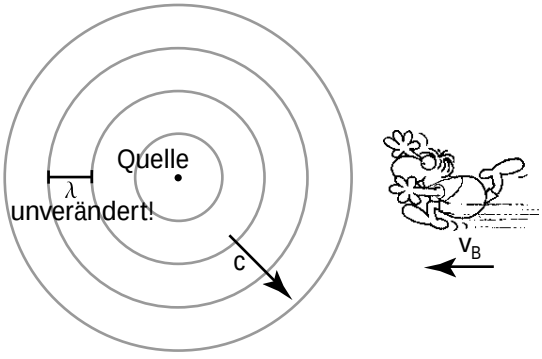
Bei **Ueberschallgeschwindigkeit** (v > c) überlagern sich die Wellenfronten zu kegelförmigen starken Druckwellen, dem sog. Mach'schen Kegel (E. Mach 1838-1916). Dieser Kegel fährt den Boden streifend hinter der bewegten Quelle her und erzeugt den **Ueberschallknall**.

Mach'scher Winkel: $\sin\alpha = \frac{c}{v}$ **Machzahl:** $M = \frac{v}{c}$

16.) Ein Motorrad fährt innerorts erst auf uns zu, wobei wir einen Ton der Frequenz 108 Hz vernehmen, dann von uns weg, wobei wir einen Ton der Frequenz 94 Hz hören. Wie schnell fährt das Motorrad und wieviel Umdrehungen pro Sekunde macht der Einzylindermotor des Motorrades ? (c = 342 m/s , Zweitaktmotor)

17.) Die Bugwellen hinter einem Schiff schliessen miteinander einem Winkel von 60° ein. Die Wellen breiten sich im Wasser mit c = 2 m/s aus. Wie schnell fährt das Schiff ? (Anmerkung: Die Ausbreitungsgeschwidigkeit von Oberflächenwellen in Wasser hängt von der Wellenlänge ab, die diejenige von Licht in Glas, Wasser, ... ---> 'Dispersion')

Dopplereffekt bei ruhender Quelle und bewegtem Beobachter



Der Effekt wird in zwei Teile zerlegt:

1.: man denkt sich den Beobachter zunächst für die Zeit ruhend. An sein Ohr gelangen in dieser Zeit $n_1 = f \cdot \Delta t$ Wellen (-berge z.B.).

2.: Nun soll er sich während Δt mit der Geschwindigkeit v_B der Quelle nähern, dabei soll die Welle 'eingefroren' sein. So gehen zusätzlich $n_2 = v_B \cdot \Delta t / \lambda$ Wellen an seinem Ohr vorbei.

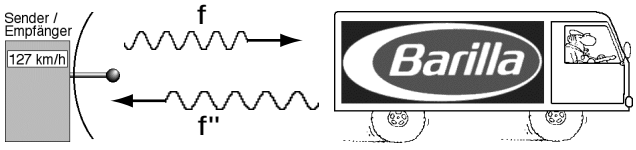
Findet beides gleichzeitig statt, so treffen $n = n_1 + n_2$ Wellen in der Zeit Δt an sein Ohr. Er hört somit die Frequenz $f' = n / \Delta t = f + v_B / \lambda = f (1 + v_B / c)$.
Bei Entfernung von der Quelle erscheint das Minuszeichen.
Die Wellenlänge verändert sich bei bewegtem Beobachter nicht.

$$f' = f \left(1 \pm \frac{v_B}{c} \right)$$

+ : Beobachter bewegt sich auf die Quelle zu
- : Beobachter bewegt sich von der Quelle weg

18.) Wir fahren im Zug an einem hupenden Auto vorbei. Der Ton den wir hören, nimmt dabei von 800 Hz auf 660 Hz ab. Wie schnell fährt der Zug, welche Frequenz hat der Hupton ? (c = 342 m/s)

Geschwindigkeitsmessung mit 'Dopplerradar'



Die Geschwindigkeitsmessung der Verkehrspolizei wird mit Mikrowellen von z.B. f = 10 GHz Frequenz durchgeführt. ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s)

1.: Wellen der Frequenz f werden dem Auto hinterhergeschickt.

2.: Sie erreichen das Auto als bewegten Beob. mit der Frequenz f':

3.: Diese werden vom Auto als bewegte Quelle mit der Frequenz f'' zum ruhenden Radargerät reflektiert.

Zum Sender Empfänger zurück gelangt: $f'' = f' \cdot (1 - v/c) = f \cdot (1 - v/c) / (1 + v/c) \approx f \cdot (1 - 2v/c)$
Der Unterschied zwischen f und f'' ist wegen dem kleinen Wert von v/c und wegen dem grossen Wert von f zu gering um direkt gemessen werden zu können. Deshalb bringt man im Empfänger die abgeschickte Welle mit Frequenz f und die zurückkommende mit Frequenz f'' zur Ueberlagerung, was zu einer Schwebung mit gut messbarer Schwebungsfrequenz f_{schweb} führt.

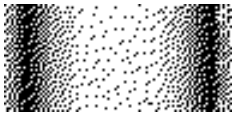
Schwebungsfrequenz : $f_{schweb} = f - f'' = 2 f \cdot \frac{v}{c}$. Daraus lässt sich die Geschwindigkeit leit berechnen.

19.) Ein Auto gerät in eine Radarfalle. Die Frequenz des Radarsenders beträgt 10 GHz. Es wird eine Schwebungsfrequenz von 1 kHz gemessen. Wie schnell ist das Auto gefahren ?

20.) Es gibt Ultraschall-Alarmanlagen die ähnlich arbeiten, wie ein Doppler-Radar, und so jede Bewegung in einem Raum registrieren können. Wird eine Schwebungsfrequenz oberhalb eines bestimmten Wertes registriert, so gibt's Alarm. Wie schnell darf man sich bewegen ohne erfasst zu werden ?
Unsere Anlage: Senderfrequenz: 37 kHz ; Min. Schwebungsfrequenz: 0.5 Hz ; c = 342 m/s.

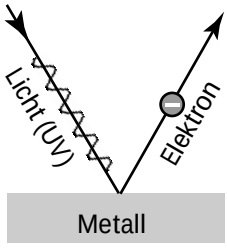
21.) Sehr kleine Geschwindigkeiten kann man mit LIDAR (Dopplerradar mit Licht statt Mikrowellen) erfassen. Welche Geschwindigkeit gehört zur Schwebungsfrequenz 1 kHz, wenn Licht der Wellenlänge 632.8 nm (He-Ne-Laser) verwendet wird ?

Die moderne Vorstellung vom Licht: DAS PHOTON



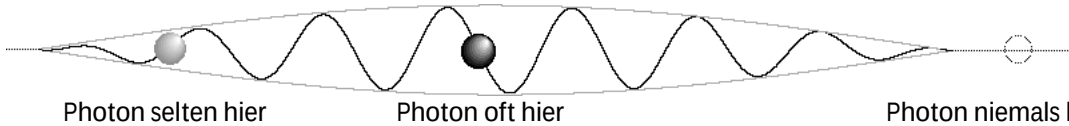
Betrachtet man z.B. ein fotographisch registriertes Maximum einer Inteferenzfigur sehr stark vergrössert, so sieht das aus wie ein Vielzahl von 'Einschlägen' kleiner Geschosse.

← Fälschung



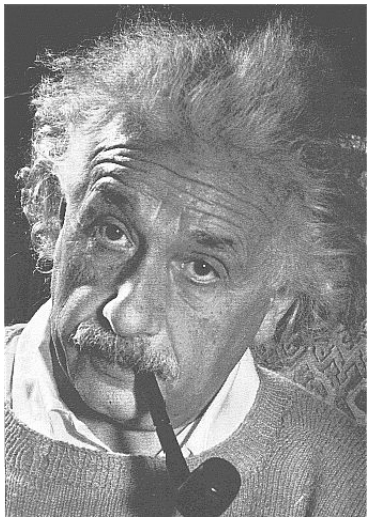
Betrahlt man eine Metallplatte mit kurzwelligem Licht, so 'schlägt' das Licht Elektronen aus dem Metall ('äusserer Photoeffekt'). Dieser Effekt setzt auch bei sehr schwacher Beleuchtung sofort ein, was mit der Wellenvorstellung unvereinbar ist. Die Energie muss also punktförmig im Licht konzentriert sein, und nicht etwa ausgeschmiert wie bei einer mechanischen Welle ⟶ **'Lichtteilchen' : 'Photon'**.

Die bisher in Erscheinung getretene Welle versteht man heute als **'Wahrscheinlichkeitswelle'**, deren Amplitude den wahrscheinlichen Aufenthaltsort des Photons innerhalb der Welle angibt.



Photon selten hier — Photon oft hier — Photon niemals hier

Bei Emission und Absorption von Licht tritt das Photon als Teilchen in Erscheinung.
Die Ausbreitung des Lichts im Raum wird wir bisher durch die zugehörige Welle beschrieben.
Eine übergeordnete Theorie bringt beides unter einen Hut !



Albert Einstein 1905:	**Energie des Photons:**	$W = h \cdot f$
	Impuls des Photons:	$p = \frac{h \cdot f}{c}$
Planck'sche Konstante:	$h = 6.67 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$	

22.) Wieviele Photonen strahlt eine 100-Watt-Lampe je Sekunde ab, wenn wir 700 nm mittlere Wellenlänge annehmen ?

23.) **Taschenlampe als Photonenrakete:** Welchen Rückstoss erzeugt eine Taschenlampe mit stark gebündeltem Licht und 10 Watt Leistung bei einem mittleren λ von 700 nm ?

24.) **Sonnensegel:** Im Weltraum wäre es möglich, im Sonnenlicht zu segeln. Welche Kraft erfährt ein in Erdnähe quer zur Sonnenstrahlung gerichtetes Segel von 1 km^2 Fläche ?

Lösungen einiger Uebungen

1a) 2.86 Hz , 17.97 / s 1b) 6.45 N/m 1c) 0.431 m/s (DR) , 7.73 m/s^2 (OU/UU) , 0.155 N (OU/UU)

2.) 0.9936 m 3.) 9.8055 m/s 4.) 48.5 s 5.) 440.25 Hz , 442.95 Hz 6.) $\lambda_n = 2\ell / (n+1)$, $f = (n+1)\, c / 2\ell$

7a) 0.8 m , 425 Hz ; 0.4 m , 850 Hz ; 0.267 m , 1275 Hz. Gedeckt: 1.6 m , 212.5 Hz ; 0.6 m , 566.7 Hz ; 0.32 m , 1062.5 Hz

8a) 0.036 Grad ! 8b) d = 8c) $7.3 \cdot 10^{-6}$ m 10a) { } , 34.8 Grad, 9.8 Grad 10b) < 600 nm 12) 0.5 mm

14a) 0.67 mm 14b) $9 \cdot 10^{-6}$ m 14c) 3 Zellen, 200/mm 15a) Opt.: $3.5 \cdot 10^{-6}$ Grad, Radio: 0.047 Grad

15b) Nein ! min. Abst. zweier Punkte auf Mond: 23 m, AutoNr. aus 327 km lesbar (Auflösung 2 cm) 16.) 23.7 m/s, 6031 UpM

17.) 4 m/s 18.) 32.8 m/s 19.) 15 m/s 20.) 2.3 mm/s 21.) 0.3 mm/s 22.) $3.5 \cdot 10^{20}$/ s 23.) $0.33 \cdot 10^{-6}$ N